
Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade do Estado do Pará
Belém-Pará- Brasil



Edição Especial N.6. Mai./Ago./ 2019 p. 95- 117

ISSN: 2237-0315

Dossiê: Estudos de História da Educação Matemática

Práticas de medir e formação de professores: reflexões sobre o passado

The practical activities of measuring and training teachers: reflections on the past

Maria Célia Leme da Silva
Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP
Diadema - São Paulo, Brasil

Resumo

O presente artigo convida o leitor a refletir sobre a história do medir na escola primária. Indaga-se se o conhecimento do passado sobre as propostas de práticas de medir, no século XIX, para os anos iniciais de escolarização, pode trazer contribuição para os professores. Analisam-se seis manuais de geometria e de desenho do século XIX e evidenciam-se duas representações distintas: a prática *intuitiva de medir* e a prática tradicional de medir com instrumentos. Ao final, problematiza-se resultados de estudos atuais sobre medidas de comprimentos com as representações construídas historicamente questionando a inserção de atividades desenvolvidas no século XIX na formação de professores.

Palavras-chave: século XIX. Método Intuitivo. História da educação matemática. Formação de professores que ensinam matemática.

Abstract

This article invites the reader to reflect on the history of measuring in primary school. It is questioned whether the knowledge of the past about the proposals of practices to measure, in the nineteenth century, for the initial years of schooling, can bring contribution to the teachers. Six manuals of geometry and drawing of the nineteenth century had analyzed and two distinct representations had evidenced: the intuitive practice of measuring and the traditional practice of measuring with instruments. At the end, we are discussing the results of current studies on measures of lengths with historically constructed representations and questions the insertion of activities developed in the nineteenth century in teacher training.

Keywords: 19th century. Intuitive Method. History of mathematical education. Training of teachers who teach mathematics.

Considerações iniciais

“O ato de medir está tão presente no nosso dia a dia como o ato de contar, está presente em diversas atividades do nosso cotidiano e, desde muito cedo, as crianças vivenciam situações em que é necessário medir” (BRASIL, 2014, p. 13, 18) é a constatação lida no caderno de Grandezas e Medidas do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Parece ser um consenso na comunidade de educadores matemáticos a importância do medir nos anos iniciais de escolarização, defende-se que “as crianças se ponham mobilizadas em práticas efetivas de medições” (Idem, p. 11, grifo nosso). Pesquisas em desenvolvimentoⁱ (BERNARDO et al, 2018; POLICASTRO et al, 2017) investigam o tema medida na formação de professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais e reiteram a problemática sobre o ensino de medidas na escola. Ao revisar estudos teóricos sobre o ensino de medidas, Bernardo et al enfatizam que:

O processo cognitivo das crianças sobre as medidas de comprimento, por exemplo, ocorre primeiro pela associação da palavra à quantidade que esta representa. Em seguida, realizam a comparação de dois objetos, evidenciando suas semelhanças e diferenças (mais longo/mais curto; mais leve/mais pesado), para posteriormente, associar um número à quantidade e verbalizar (CLEMENTS; STEPHAN, 2004 apud BERNARDO ET AL, 2018, p. 101).

Ou seja, destaca-se a relevância da comparação como atividade que precede o ato de medir em si. Quanto ao conceito matemático de medida, os autores apoiam-se no matemático português Bento de Jesus Caraça, destacando a necessidade de estabelecer uma unidade de medida (padrão único) de comparação para todas as grandezas de mesma espécie; verificar quantas vezes a unidade de medida cabe na grandeza que se mede, e atribuir um valor numérico ao resultado da medição. Descrevem ainda seis princípios que Clements e Stephan (2004) associam para a atividade de medir comprimento e finalizam defendendo que:

Para que os alunos possam ter oportunidades de aprendizagem para desenvolver um conhecimento de cada um desses princípios, articulando-os na ação de medir, torna-se essencial que o professor detenha um conhecimento matemático sobre esses princípios e sobre formas de potencializar as discussões matemáticas com os alunos (BERNARD ET AL, 2018, p.102, grifo nosso).

Bernardo et al (2018) sustentam a importância do aprofundamento sobre os conteúdos que constituem objeto de ensino, no caso, o medir, mas também as dimensões desse conhecimento e das suas especificidades. Desta maneira, sem discordar

da relevância dos aspectos conceituais do tema em questão e dos estudos atuais, o presente artigo convida o leitor a refletir sobre uma das especificidades – história do medir na escola primária – pouco ou praticamente ausente das formações de professores que ensinam matemática. Indaga-se se o conhecimento do passado sobre as propostas de práticas de medir, particularmente em tempo muito distante, século XIX, para os anos iniciais de escolarização, pode trazer contribuições para os professores. O objetivo não é de justificar ou explicar a situação atual, mas sim de melhor compreender as muitas relações de um saber escolar de hoje, no caso o medir, a partir de uma reflexão acerca de seu processo de escolarização num determinado tempo histórico.

Parte-se da hipótese de que os saberes escolares constituem um conjunto de conhecimentos que são produzidos, reconhecidos e validados no âmbito escolar (CHERVEL, 1990). Na mesma linha de argumentação, considera-se ainda a diferença entre a matemática escolar e a matemática acadêmica, defendida por Santos e Lins (2016) como comunidades distintas de profissionais, cada qual com suas práticas, normas e finalidades. E assim sendo, aposta-se que conhecer como as práticas escolares de medir introduziram-se na escola primária e como interagiram com outros saberes, como o caso do desenho e da geometria, nos possibilita uma visão mais ampla e crítica frente ao momento presente.

Para a análise histórica de propostas escolares de medir, toma-se os estudos de Hofstetter e Schneuwly (2017) que consideram a questão dos saberes como central para as instituições de ensino e de formação e conceituam os saberes formalizados (ou ainda objetivadosⁱⁱ) em dois tipos: *saberes a ensinar*, que correspondem aos objetos do seu trabalho e os *saberes para ensinar*, que constituem as ferramentas do seu trabalho.

Medidas intuitivas

Década de 1820, a independência do Brasil é de 1822 e a primeira lei de instrução pública, de 15 de outubro de 1827, no artigo 6º determina:

os Professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de arithmetica, pratica de quebrados, decimaes e proporções, as noções mais geraes de geometria pratica, a grammatica da lingua nacional, e os principios da moral christã e de doutrina de religião catholica e apostolica romana, proporcionados à comprehensão dos meninos; preferindo para as leitura a Constituição do Imperio e história do Brazil” (COLLEÇÃO, 1827).

Os saberes são somente elencados, não há orientação de como eles devem ser ensinados, nem agrupados por matérias. Pode-se conjecturar que o medir esteja

articulado com a prática de quebrados, decimais, proporções ou com a geometria prática. Entretanto, neste estudo analisam-se práticas de medir presentes nos manuais destinados ao ensino de geometria e/ou desenhoⁱⁱⁱ, tendo claro que tal opção restringe a compreensão de práticas de medir para os saberes geométricos^{iv}. Entende-se que as práticas de medir articulam-se igualmente com a aritmética e particularmente com a chegada do sistema métrico decimal em 1862 no Brasil.

Manual de Francœur (tradução / adaptação de Albuquerque)

Para responder as recomendações legislativas, é publicada em 1829, dois anos após a primeira lei, a obra *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Prática, pelo método do ensino mútuo*. O manual é uma adaptação da obra francesa assinada por Louis-Benjamin Francœur^v, feita por A. F. de P. e Iollanda Cavalcanti d'Albuquerque^{vi}.

A versão francesa *Le dessin linéaire d'après la méthode de l'enseignement mutuel* é testada em escolas e publicada em 1819. Considerada uma inovação francesa, o desenho linear circula por vários países europeus, é traduzida para o inglês em 1825 e em 1824 um exemplar é enviado para o Rio de Janeiro. Iollanda d'Albuquerque traduz o manual para o português em 1829 e muito provavelmente trata-se da primeira obra destinada ao ensino de geometria no Brasil.

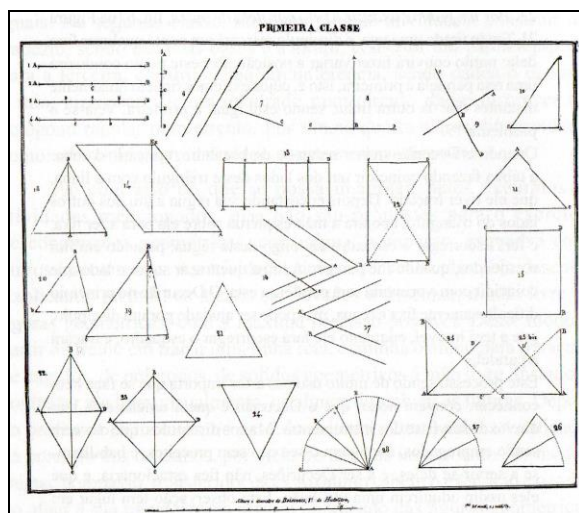
O manual de Francœur tem por finalidade exercitar a visão e as mãos, os alunos estudam o traçado à mão livre de linhas retas antes de abordar as linhas curvas, para depois realizar traçados de molduras e ornamentos. Trata-se, de acordo com a análise de D'Enfert, de fórmula “simplicada” do método de Pestalozzi:

Segundo o pedagogo suíço, o conhecimento tem fundamento na percepção sensível da natureza, e, mais particularmente, nas sensações visuais. Ele repousa sobre um ABC da percepção que, para uma ‘arte da medida’, leva à observação das formas e a sua comparação com as figuras geométricas elementares, e depois à sua representação através do desenho (D'ENFERT, 2007, p. 44, grifo nosso).

No Brasil, a lei de 1827 trata da criação de escolas primárias em todas as cidades e vilas com a adoção do método mútuo^{vii}. Assim sendo, as obras francesa e brasileira indicam no título a informação de que se destina ao ensino mútuo. Por outro lado, a tradução/adaptação para o português não se refere à obra toda, além de apresentar singularidades, como a expressão “geometria prática” não presente no título original francês. As atividades selecionadas do original correspondem à primeira parte, que

contém propostas de atividades de construções geométricas, em que os alunos devem desenhar figuras geométricas à mão livre, com a máxima precisão possível, as quais são apresentadas no final do livro, como se observa nas atividades para a primeira classe:

Fig.1. Figuras construídas à mão livre



Fonte: Albuquerque, 1829

O manual traz também Instruções Gerais para o Professor, ou seja, como as atividades devem ser executadas pelos alunos, considerando o método de ensino mútuo, no qual os alunos mais adiantados (Decuriões) instruem os iniciantes:

Professor, Decurião, e discípulos são considerados no mesmo gráo d'instrucção nesta arte, ou com pouca diferença, e todavia ensinão-se huns aos outros, sem dar preceito algum, e só a força d'imitação. O progresso do ensino he antes devido á boa ordem, e zêllo, do que ao saber do mestre (ALBUQUERQUE, 1829, pp. 4-5, grifos nossos).

Fica evidente a importância de práticas de imitação, visto que nenhuma outra orientação é fornecida. Os alunos devem realizar sucessivos desenhos até que obtenham a precisão, que é verificada pelo Decurião, empregando os instrumentos em sua avaliação. O ofício do aluno é de “praticar” a arte de desenhar, repetitivas vezes até atingir o conhecimento. E quais são essas práticas? Prática de desenhar à mão livre, habilidade nos traçados e destreza no manuseio do giz sobre a ardósia:

O professor deverá prover na “Escolla de diferentes instrumentos: 1. Ardosia lisa; 2. Taboas retas de 4 palmos de largura sobre 2 d'altura, ou incerados da mesma côr, e dimensão. Os discípulos escrevem sobre essas taboas com giz, gesso, ou outro mineral, que se preste facilmente a traçar, e ser apagado na taboa. 3. Taboetas de madeira da mesma grandeza, sobre as quaes se fixão as estampas gravadas, que vão juntas á este Tratado. São modelos, que os discípulos devem ter em vista, e copiar sobre a taboa preta. 4. Metros divididos devem ser pregoados ao alto das taboas pretas das três primeiras classes, e estar em vista dos desenhadores” (ALBUQUERQUE, 1829, pp. 2-3, grifos nossos).

Nas orientações, o metro deve estar em lugar de destaque na sala para a observação dos alunos durante a cópia dos modelos, que requer firmeza nos traçados. A precisão é outra exigência para que se possa obter uma boa reprodução. E assim, evidencia-se a prática de medir, feita através do treino do olhar na verificação da cópia de modelos:

Convem, especialmente, que o discípulo se familiarize com as medidas metricas lineares e de capacidade; o olho deve-lhe ser hum regulador tão certo, como se elle servisse de um metro: basta de o habilitar á isso, para que o sentido da vista lhe seja um guia quasi infallivel (ALBUQUERQUE, 1829, p. 6).

Em outras palavras, a execução perfeita dos desenhos demanda que a reprodução conserve o tamanho, e para tanto, a visão, o olho é instrumento de medida, pode-se dizer que está em jogo, a “medida intuitiva”, realizada pelos sentidos, no caso, a visão, considerada como instrumento infalível. Reitera-se que os instrumentos de medida (régua, transferidor, compasso, etc.) são de uso exclusivo dos professores e decuriões, conforme posto nas Instruções Gerais para o Professor, em que consta uma listagem de instrumentos^{viii} para que os decuriões verifiquem a exatidão dos desenhos.

Tudo indica que estas sejam as primeiras práticas de medir propostas para a escola de primeiras letras, termo designado à escola primária. Elas se apresentam não com o objetivo de ensinar a medir, mas sim de iniciar os alunos para o ensino de uma geometria prática, como reafirmam as orientações da obra:

Serve-se em Geometria de huma multidão de palavras, taes como diametro, parallela, rectangulo, que tem significações precisas. O Professor deve conhecê-las, e nós as explicaremos á medida, que for necessario, Mas nao he senão aos Decuriões, que convem comunicar estas instrucções, taes como as desenvolveremos: os outros discípulos não tem dellas necessidade; a forma do modelo e o habito de os imitar basta para fazer dar á estas palavras hum sentido claro, sem que sejam uteis as explicações. (ALBUQUERQUE, 1829, pp. 6-7, grifos nossos).

O ensino de geometria prática se traduz pelo hábito de imitar modelos, e a medida com os olhos participa dos primeiros passos desse ensino, não se teoriza conceitos geométricos nem a medida, somente o exercício de copiar um desenho com perfeição caracteriza a prática escolar.

O uso dos instrumentos pelos alunos não é mencionado, nem a necessidade da unidade de medida, de comparação; mede-se com o olhar, ou seja, as primeiras práticas de medir destinadas ao ensino primário sustentam-se num exercício visual de estimativas, em acordo com o método intuitivo e de lições de coisas de Pestalozzi. Pode-

se dizer que a medida com os olhos por estimativa constitui uma ferramenta, um *saber para ensinar* geometria presente em um dos primeiros manuais escolares de geometria da década de 1820. A medida não é saber a ensinar, um objeto próprio de ensino, insere-se como apoio fundamental nos primeiros passos de um ensino de geometria.

Antes de finalizar a análise da obra de Albuquerque, há que se examinar o que não foi traduzido e adaptado pelo deputado brasileiro. A parte final do manual francês, denominada “Cálculos geométricos – problemas de geometria e de aritmética” é uma das partes excluída da tradução para o português. Ela propõe problemas com números decimais subdivididos em: 1. Sobre as linhas, 2. Das superfícies e 3. Dos volumes. Por exemplo, um dos problemas no item sobre as superfícies é:

Problema. Encontrar a área de um paralelogramo. A área de um paralelogramo, ou de um retângulo se obtém multiplicando a base pela altura: a de um quadrado, multiplica-se o lado por ele mesmo^{ix} (FRANCŒUR, 1819, p. 81, tradução nossa)

A seguir, adverte-se que as medidas devem ser expressas em unidades de mesma espécie e apresenta-se um exemplo de como calcular a área de retângulo de 2,24 m de base e 4,31m de altura, com a conta resolvida ao lado e explicação do resultado final:

Fig.2. Exemplo de cálculo de área

EXEMPLE. Un rectangle a 2^m,24 de base, et 4^m,31 de hauteur, quelle est la surface? On multiplie ces deux nombres et on sépare 4 chiffres au produit, parce qu'il y en a 2 dans chaque nombre donné. La surface contient donc 9 mètres carrés, et les 65 centièmes d'un de ces carrés (c'est-à-dire 65 décimètres carrés), et encore 44 centièmes de ceux-ci, ou 44 centimètres carrés; puis-que le mètre carré contient 100 décimètres carrés, dont chacun est composé de 100 centimètres carrés.	2,24
	4,31
	—
	224
	672
	896
	9,6544

Fonte: Francœur (1819, p. 81)^x

Não se sabe a razão pela qual os problemas geométricos de medida (que destacam as unidades de medidas, assim como regras para calcular superfícies de figuras geométricas) não foram adaptados na tradução, a versão em português privilegiou somente a cópia dos desenhos à mão livre.

Manual de Calkins (tradução / adaptação de Rui Barbosa)

Analisa-se na sequência, manuais que seguem e avançam no que se designou por “medida intuitiva”, ou seja, manuais ou livros em cujas propostas identificam-se aprofundamentos na proposta de Francœur. O manual a ser examinado é, uma vez mais,

tradução e adaptação do estrangeiro, desta vez, vindo dos Estados Unidos. Trata-se do manual *Primeiras lições de coisas. Manual de ensino elementar para uso dos pais e mestres*, traduzido e adaptado por Rui Barbosa, em 1886^{xi}. A obra analisada refere-se à quadragésima edição de *Primary Object Lessons, for training the senses and developing the faculties of children. A manual of elementary instruction for parents and teachers*, escrita por Norman Allison Calkins^{xii} em 1884.

Entre as muitas lições do manual de Calkins, há uma sessão especial: *Lições para desenvolver a ideia de tamanho em geral*, na qual o professor deve, a partir de objetos do cotidiano das crianças, de diversas dimensões, realizar exercícios de comparação. Como o exemplo: “Observai-me agora estas maçãs, estas esferas e esta xícara. Qual a maior? ‘A xícara’. E a menor? ‘Aquela maçã’” (Calkins, 1950, p. 327). Sugere-se ainda o uso de palavras para exprimir o tamanho, como grande, pequeno, grosso, fino, vasto, esguio, entre outras.

Na sequência, *Lições para desenvolver as ideias de comprimento e sua medida*, em que o professor diante de objetos (varas, tiras de papel, livros) de vários comprimentos, pergunte aos alunos qual o mais longo, o mais curto, etc. Do mesmo modo que a lição anterior, constrói-se a lista de palavras para formar sentenças:

Fig. 3. Palavras que significam comprimento

Longo	Comprido	Extenso
Mais longo	Compridíssimo	Extensíssimo
O mais longo	Curto	Breve
Longuíssimo	Curtíssimo	Brevíssimo

Fonte: Calkins, 1950, p. 332.

O segundo passo é efetivamente a medida do comprimento. O professor, munido de vara, paus ou tiras de papelão, deve mostrar as crianças o comprimento de uma, duas, três, até seis polegadas de comprimento; paus e cordões de um, dois, três palmos de comprimento. Sugere-se que cada aluno receba uma tira de papel para dobrá-la em partes, de uma polegada cada uma. E assim, o professor pergunta:

Fig.4. Medida de Comprimento

Erguendo uma varinha de três polegadas de comprimento, pergunte o mestre: Que comprimento tem esta varinha? Depois de medida a olho pelas crianças, verifique-se o cálculo feito por elas. Assim se habituará a vista a avaliar o comprimento, adestrando-se em determinar de modo satisfatoriamente aproximado a extensão de uma, duas, três, seis polegadas.

Fonte: Calkins, 1950, p. 333.

A proposta é que os alunos desenvolvam a medida com os olhos, primeiro com estimativas e depois medindo a extensão com os instrumentos criados por eles próprios, de modo que as crianças sejam familiarizadas em medir comprimentos com uma, duas, três, até seis polegadas. Oito polegadas constituem um palmo ou doze polegadas um pé, e segue-se com o mesmo exercício anterior. Neste momento insere-se o conceito de unidade, de comparar grandezas de mesma espécie (no caso, comprimento) e atribuir uma quantidade.

Somente após tais lições que utilizam unidades não padronizadas, apresenta-se a medida decimal de comprimento. E repete-se as mesmas atividades feitas com as polegadas, palmos, pés. Marcar num cordão ou fita ou tira de papel, várias vezes um centímetro. Depois, compara-se com o metro, de modo a perceber que o metro é cem vezes o “pequeno” comprimento centímetro, para a seguir comparar com os objetos e linhas traçadas. Fixada a ideia de relação geométrica entre o metro e o centímetro, passa-se aos decímetros em relação ao metro e finalmente aos centímetros. Reitera-se que o objetivo é o estudo das relações de extensão entre o metro e as suas duas primeiras divisões, para educar o entendimento, o olho e a mão. “Medir, isto é, avaliar relativamente a extensão, a princípio esmando-a, depois, verificando pelo metro o grau de precisão do cálculo feito, eis o objetivo destas lições” (CALKINS, 1950, p. 337).

Muito mais detalhado que o método de Francœur, a proposta de Calkins organiza o ensino em lições e passos minuciosos com atividades para que o aluno construa a ideia de medida de comprimento, e neste processo, o ponto de partida, é primeiramente a comparação com as palavras adequadas; para em seguida, medir com os olhos, a medida intuitiva, pautada nos sentidos, com destaque para a visão. As unidades devem iniciar com as partes do corpo (polegada, palmo e pé) e no segundo momento, emprega-se o sistema métrico decimal.

Manual de Gabriel Prestes

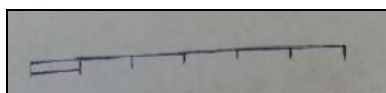
O último manual, ainda do século XIX, que aborda e avança na proposta das medidas intuitivas é o livro *Noções Intuitivas de Geometria Elementar* produzido por Gabriel Prestes^{xiii}, publicado em 1895. Prestes afirma no prefácio que teve a obra francesa *Premiers Éléments de Géométrie Expérimentale appliquée à la mesure des longueurs, des surfaces et des volumes* de Paul Bert (1886) como referência. Entretanto, diferentemente das duas obras anteriores, não se trata de uma tradução.

O manual de Prestes foi elaborado para alunos do segundo ano da escola primária e no prefácio, o autor sugere que o primeiro ano seja “*consagrado ao desenvolvimento da percepção pelo ensino intuitivo das fórmulas geométricas, systema de Calkins ou de Prang*” (Prestes, 1895, p. 12-13). Ou seja, pode-se interpretar a proposta de Gabriel Prestes como uma continuidade do estudo das ideias de comprimentos e medidas desenvolvidas no manual de Calkins.

Segundo Prestes, os alunos são capazes de reconhecer as diversas espécies de grandezas e não apresentam dificuldade em distinguir uma linha, uma folha de papel e um copo. Ainda, de acordo com ele, a Geometria tem como finalidade, medir tais grandezas – linhas, superfícies e volumes. Em síntese, o que está em questão são as grandezas e as respectivas medidas como conceitos elementares para o ensino de Geometria. Trata-se de atribuir para tais saberes – grandezas e medidas – o lugar de início, de base para os estudos futuros. O estudo das medidas é que irá organizar a proposta de uma geometria intuitiva.

Prestes considera como medidas diretas aquelas realizadas por processos espontâneos, procedimentos práticos de comparação. Como exemplo, para medir linhas retas, o professor pede para cortar em um fio um pedaço de tamanho igual a um palmo. Em seguida, solicita-se que vá medir com o fio a linha riscada na pedra, acompanhando a operação de contagem: uma vez, duas vezes, três vezes, quatro vezes, cinco vezes, seis vezes, como a figura 5:

Fig.5. Processo de medida da linha



Fonte: Prestes, 1895, p. 26.

Discute-se a situação em que o palmo não cabe um número inteiro na linha a ser medida, e neste caso, propõe uma unidade de medida menor. A proposta da medida direta das superfícies é similar: constroem-se quadrados de uma polegada de lado e propõe-se que os alunos cubram a pedra com as polegadas quadradas.

Prestes (1985) argumenta que a experiência de práticas de medidas diretas com diferentes unidades e contextos irá subsidiar a dedução das fórmulas para cálculo de área e volumes, que ele denomina por medida indireta, porém estas devem ser introduzidas somente no terceiro ano^{xiv}.

Os três manuais aqui examinados apontam vestígios de como as práticas de medir são introduzidas na escola primária e modificadas, alteradas no decorrer do tempo. Indica ainda que os poucos manuais publicados no Brasil, no século XIX, mantêm diálogo com ideias estrangeiras, sejam elas estadunidense ou europeias.

Os diferentes momentos analisados indicam o movimento de um processo de escolarização de práticas de medir ao longo do século XIX, em que a medida no livro de Albuquerque e de Prestes não é um objeto de ensino em si, um *saber a ensinar* que consta do rol de conteúdos, ela encontra-se implicitamente nas práticas escolares desenvolvidas para o ensino de geometria ou de desenho, cumpre papel metodológico, de apoio para o ensino de outros saberes, ou seja, pode ser designada como um *saber para ensinar*. Para Calkins, a medida é uma ideia a ser desenvolvida em si, e para tanto, ele desenvolve uma lição específica, podendo, desta maneira, ser considerada como um *saber a ensinar*.

Medidas com instrumentos

Como toda história problematizadora, as medidas intuitivas indicam uma representação de proposta pedagógica, como já dito, sustentada e desenvolvida pelos princípios do método intuitivo de Pestalozzi; no entanto, ela não é única, existe, pelo menos uma segunda representação pedagógica, do método tradicional, pautado na memorização, perguntas e respostas (como no catecismo), reprodução de conceitos, que circula igualmente durante o século XIX. Pode-se dizer que as práticas de medir também participaram de abordagens tradicionais, porém com mobilização distinta, como veremos.

A próxima reforma educacional, depois da primeira de 1827, data de 1854^{xv}, as escolas públicas primárias são divididas em *escola de primeiro grau* e *escolas de segundo grau* e neste novo contexto a designação de geometria prática é excluída, insere-se a possibilidade (não obrigatoriedade) de um ensino de geometria elementar, agrimensura e de desenho linear para a escola de segundo grau. Novamente a designação “medida” não consta de maneira explícita na reforma educacional, ela segue articulada aos ensinamentos de geometria e desenho.

Manual de Borges

O livro *Desenho Linear ou Geometria Prática Popular*, de Abílio César Borges^{xvi}, o Barão de Macahubas é publicado em 1876, entretanto a versão analisada refere-se à 8ª edição da obra e não contém data. Na capa indica-se “Obra aprovada para as escolas primárias do Distrito Federal e de varios estados”. Há uma longa introdução escrita na 2ª edição da obra, publicada em 1878, em que o autor faz sua defesa ao ensino do desenho na escola primária como um conhecimento primeiro de formação geral para o aluno:

O desenho, dizia Pestalozzi, é um auxiliar muito util para se ensinar a escripta; elle será para os mestres um meio excellente de tornar suas lições mais claras, e compensará largamente, facilitando o estudo das outras materias, o tempo que se lhe tiver consagrado (BORGES, 1878, p. XIII).

O autor também tece críticas a proposta de ensino do desenho realizado como simples reprodução de modelos:

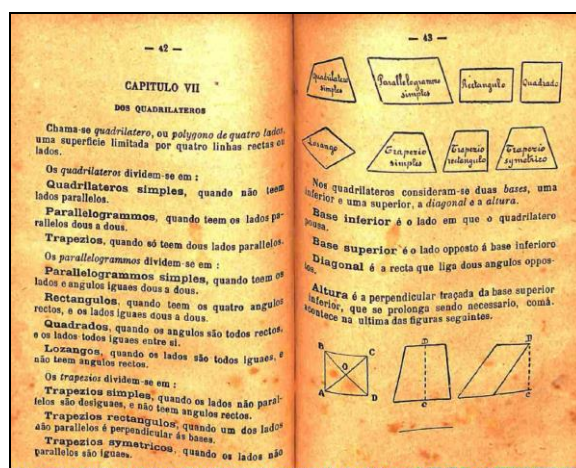
Para se chegar a este resultado é indispensavel proscrever de uma maneira absoluta a copia machinal de modelos como se pratica actualmente, e substituil-a por uma copia intelligente, que leva pouco a pouco o discipulo a exprimir suas proprias idéas (BORGES, 1878, p. XI).

No lugar de reprodução de desenhos, Borges sugere a construção dos desenhos pelo professor no quadro negro, explicando ao grupo de alunos:

O modelo se desenvolve assim diante dos olhos dos discipulos; o professor chama a atenção dos seus ouvintes para os pontos interessantes; excita-lhes a curiosidade, e provoca entre eles a emulação pelas explicações e pelas interrogações a um e a outro (BORGES, 1878, p. XI).

O processo de ensino proposto estabelece um diálogo entre professor e aluno, porém é o professor quem conduz a construção das figuras e quem vai direcionando a ação da observação dos alunos. O livro não explica como é feita a construção dos desenhos, que fica a cargo do professor, porém apresenta as definições e propriedades das figuras a serem desenhadas, juntamente com a representação gráfica ao lado, que ilustra os conceitos geométricos estudados:

Fig.6. Capítulo VII – Dos quadriláteros



Fonte: Borges, s/d, p. 42-43.

Apesar de Borges citar Pestalozzi ao afirmar que o desenho é um auxiliar para a escrita e um meio de tornar as lições mais claras, a proposta do livro desconsidera um dos princípios do educador Pestalozzi. De acordo com Trouvé, Pestalozzi inverte totalmente o método habitual de instrução que começa a aprendizagem pelo ensino das definições de palavras, para ele as palavras são somente introduzidas quando a criança esgota toda a arte de observação e de descrição das coisas: “Descrever antes de definir e bem ver (que significa observar) antes de descrever: isto parece ser o grande princípio pedagógico que comanda o método elementar^{xvii}” (TROUVÉ, 2008, p. 258, tradução nossa).

Os nomes e as definições de figuras geométricas caracterizam o livro de Borges, constituem o ponto de partida do ensino. Quanto ao desenho, espera-se que o professor construa as figuras no quadro negro, para que depois elas sejam reproduzidas pelo aluno. Não há orientação de desenho à mão livre e nas primeiras páginas o autor apresenta a lista de instrumentos empregados no desenho linear (a régua, o ténis, a curva francesa, o esquadro, o tira-linhas, o compasso e o transferidor), ou seja, infere-se que os desenhos devem fazer uso de tais instrumentos.

As medidas estão presentes como elemento importante na definição das figuras que podem ser observadas nos desenhos que ilustram as definições e propriedades. Por exemplo, o quadrado é definido como “quando os angulos são todos rectos e os lados todos iguaes entre si” (BORGES, 1882, p. 42) e o aluno observa no desenho (realizado pelo professor) a igualdade dos lados. Tudo indica que o professor faça a construção com os instrumentos, visto que a cópia é fortemente criticada pelo autor. Assim, as

medidas deixam de serem realizadas pelos olhos e são mobilizadas por meio dos instrumentos.

Evidencia-se, uma vez, a relevância da medida para a compreensão dos conceitos geométricos definidos, porém o aluno apenas observa a igualdade das medidas, sem ter que copiá-las. O desenho com instrumentos altera a abordagem da prática de medir, que deixa de ser visual e por estimativa, sendo substituída pelos instrumentos. A exatidão não é mais garantida pela observação e reprodução perfeita e sim pelo uso adequado dos instrumentos. O ato de medir não é evidenciado, não se aborda no livro unidades de medidas, sejam elas padronizadas ou não. Da mesma maneira, o processo de contagem de unidades para medir uma extensão desaparece. De todo modo, as medidas seguem subsidiando o ensino de geometria, mais precisamente, a igualdade de medidas como ferramenta para o ensino de propriedades geométricas, um *saber para ensinar* implícito.

Manual de Gama

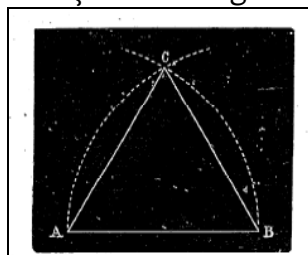
Logo após a primeira edição do livro de Borges, as disciplinas Desenho Linear e Geometria são efetivamente introduzidas na legislação, em 1879^{xviii}. Ainda dividido em dois graus, a disciplina de *Elementos de desenho linear* consta das escolas primárias do 1º grau e *Princípios elementares de álgebra e geometria* insere-se nas escolas de 2º grau.

O livro *Elementos de Desenho Linear* de Ayres de Albuquerque Gama^{xix} tem a 2ª edição publicada em 1880 e na capa indica-se “Compendio aprovado pela Escola Normal de Pernambuco para o uso dos alunos-mestres”. A obra, em sua 3ª edição do ano 1888, é o único livro que consta do catálogo de livros aprovados para o ensino de Desenho nas escolas públicas primárias do Distrito Federal do Rio de Janeiro em 1891.

Gama considera o desenho linear como a “arte de representar os objetos, indicando os contornos por meio de linhas” (GAMA, 1880, p. 1), entretanto não apresenta argumentos em defesa do ensino do desenho, nem menciona o método adotado. Trata-se de um livro de desenho de figuras geométricas no qual as figuras são definidas desde o início (similar ao de Borges) e algumas, nem todas, construídas com explicação detalhada de como realizar a construção. Os desenhos ilustram os traços intermediários do compasso pontilhados empregados no processo da construção geométrica, descrito pelo autor: “Dado o lado AB, faz-se centro nos extremos do lado e descreve-se, com raio igual a AB, dous arcos que se cortarão no ponto C. Unindo-se este ponto de intersecção

dos arcos com os extremos A e B do lado determinado, ter-se á o triangulo pedido” (GAMA, 1880, p. 19), como se observa na figura 7:

Fig.7. Construção do triângulo equilátero



Fonte: Gama, 1880, p. 19.

Não há destaque para o fato de que os dois arcos traçados têm o mesmo comprimento (ou ainda a mesma medida) que o lado AB, ou seja, os três lados são iguais. O livro caracteriza-se pelas definições e construções pormenorizadas com instrumentos. Pode-se dizer que as práticas de medir seguem implícitas, participam das definições assim como nas construções. Uma prática de medir, muito provavelmente não percebida pelos alunos, visto que o autor não explica nem justifica os procedimentos da construção.

Manual de Freire

O livro *Primeiras Noções de Geometria Prática* de Olavo Freire da Silva^{xx} dedicado ao ensino primário e publicado em 1894 é aprovado e premiado pelo Conselho de Instrução Pública do Distrito Federal. O livro caracteriza-se pelas construções geométricas com régua e compasso, com todas as etapas descritas. Os conceitos são primeiramente definidos com ilustrações que direcionam o aluno na compreensão dos termos e propriedades geométricas, como o de Borges. As construções geométricas, designadas como problemas resolvidos, assemelham-se como as de Gama, porém em número muito maior, a primeira edição traz 71 problemas e oitava edição contém 92.

A prática de medir, como nos livros de Borges e de Gama são mobilizadas nas definições e nas construções geométricas, de maneira implícita. Uma diferença do livro de Freire comparado com os anteriores é o cálculo de medidas de áreas de figuras planas (capítulo XIII), cálculo de áreas de faces de poliedros e corpos redondos (capítulo XIX) e cálculo de volumes (capítulo XX). Como exemplo, o capítulo XIII, designado – Áreas dos polygonos. Figuras equivalentes –, inicia com a explicação ou definição do que é medir:

Medir ou avaliar uma superfície é determinar quantas vezes ella contém uma outra superfície tomada como unidade de medida. O número de vezes que uma

unidade de superfície está contida em qualquer superfície, seguindo do nome da unidade chama-se área” (FREIRE, s/d, p. 118)

As unidades trabalhadas são exclusivamente do sistema métrico decimal. Apresenta-se um desenho explicativo para o caso dos quadrados e retângulos com lados inteiros, em que os “quadrados unitários” são pontilhados e logo a seguir, apresenta-se a fórmula da área. Para os demais polígonos, justifica-se a fórmula por meio da equivalência de áreas. Procedimento similar é feito nos demais capítulo de cálculo de medidas.

As três últimas obras apresentam datas de publicação mais próximas, todas do final do século XIX e são escritas por brasileiros, sem fazer referência às obras estrangeiras. Representam propostas de ensino pautadas em definições, propriedades de conceitos geométricos, passos para as construções com régua e compasso, características de uma abordagem tradicional. A medida ou prática de medir está presente, de maneira explícita somente no livro de Freire, na determinação de áreas e volumes, com ênfase ao uso de fórmulas; e de maneira implícita na formalização dos conceitos e construções geométricas, em que o ato de medir em si, de escolha de unidade, comparação e atribuição de quantidade, não é desenvolvida.

Considerações finais

O exame de um conjunto de seis manuais didáticos distintos, de significativa representatividade na educação primária brasileira do século XIX, evidencia duas representações distintas no que diz respeito as práticas de medir. A prática *intuitiva de medir*, construída pela observação e reprodução de modelos, pode ser identificada como um *saber para ensinar* a geometria, o desenho e ainda, como um *saber a ensinar*, no livro de Calkins.

A segunda representação, explicitada no final do Império e início da República, altera práticas escolares, o desenho de cópia cede lugar ao desenho linear e com isso, a prática intuitiva de medir perde força. A observação das figuras geométricas prontas com as definições mobiliza medidas, mas sem evidenciá-la. As atividades de construção com instrumentos não discutem e valorizam efetivamente as medidas, elas perdem representatividade como práticas de medir, não se constituem como um *saber para ensinar* e nem como um *saber a ensinar*.

A primeira metade do século XX será marcada pela incorporação dos instrumentos para a construção de figuras geométricas no ensino primário de geometria, em detrimento a cópia à mão livre. Os traçados com régua e compasso participam e representam práticas normativas nos grupos escolares, após a República, em diferentes estados brasileiros^{xxi}. Trata-se de uma ruptura na trajetória dos saberes escolares, a cópia de modelos será preservada no âmbito do desenho “ao natural”, em que os modelos são objetos do cotidiano da criança e nos quais a necessidade de reprodução exata e precisa não é solicitada^{xxii}.

Certamente muitas outras práticas de medir podem e devem ser estudadas e trazidas para o debate, como por exemplo, práticas de medir mobilizadas nas atividades de trabalhos manuais^{xxiii}, a modelagem de um cubo, em que o aluno tem que modelar a argila de modo que todas as faces do cubo tenham o mesmo tamanho.

Retoma-se ao estudo citado no início de Bernardo et al (2018) que evidenciou, como um dos resultados, a necessidade de dar um passo atrás antes de discutir o que é medir para especificar e detalhar conexões existentes entre os três pilares fundamentais da atividade de medir (quantidade – unidade – grandeza), ressaltando a importância de uma noção transversal: a comparação. Do mesmo modo, coloca-se uma vez mais, a indagação: o que o conhecimento do passado sobre práticas de medir (particularmente no século XIX) pode contribuir para a formação de professores?

Pergunta demasiadamente complexa de responder, no entanto, penso ser possível inferir respostas, levantar questionamentos, neste momento, de maneira crítica. A primeira observação, talvez de surpresa para alguns, é que o tema medidas não adentra a escola primária como um conteúdo, um saber no rol dos programas e nem nos capítulos de livros. Ela é inserida como argumentação na defesa de um ensino de geometria prática, com finalidades sociais, porém no processo de escolarização, nas atividades dos livros elaborados e traduzidos, a prática de medir ganha outros significados, a de uma *medida intuitiva*, primeiro uma prática de cópia de modelos e comparação; e depois, num segundo momento, para responder ao método intuitivo de Pestalozzi, uma prática que inicia com a comparação, mas avança para a importância das unidades, padronizadas e não, tanto em Calkins, como em Prestes. Paralelamente, no

mesmo espaço e tempo, uma proposta tradicional segue em sentido contrário, sem nem sequer perceber e valorizar a medida ou a prática de medir como integrante do ensino.

Ou seja, de maneira distinta, penso ser possível reconhecer nas pesquisas atuais heranças de um passado, no qual a comparação foi priorizada antes de medir e iniciar o estudo propriamente de geometria, em que a prática e o ato de medir foram valorizados nas atividades dos alunos, de maneira que os próprios alunos construíssem suas unidades de medir (seus instrumentos), que efetuassem atos de medir e desenvolvessem a estimativa de medidas. Será viável ler a conexão entre os “pilares fundamentais” (unidade, grandeza e quantidade) com a noção de comparação como sustentação, como um processo de escolarização de práticas de medir? Pode-se interpretar a multiplicidade de conhecimentos envolvidos nas práticas de medir como resposta que a cultura escolar elabora ao longo do tempo frente as propostas pedagógicas? E se o presente abarca heranças do passado, por que e como explicar dificuldades de tais práticas de medir inserirem-se nas escolas?

Seria pertinente convidar professores em exercício ou futuros professores a realizar atividades de práticas de medir propostas no século XIX? Como os professores que conhecem o chão da escola compreendem e interpretam atividades ou lições como as propostas por Calkins? Seria esta uma atividade motivadora, problematizadora para um debate frente os múltiplos conhecimentos em jogo no tema medida?

Outro tema para aprofundar a compreensão seria investigar sobre participação dos sujeitos na elaboração, circulação e defesa de suas propostas para a prática de medir. Pestalozzi é considerado um pedagogo suíço, Francœur matemático francês, Albuquerque foi um deputado brasileiro, Calkins, um professor primário e diretor de escola dos EUA, Rui Barbosa político, Gabriel Prestes, normalista e diretor da Escola Normal de São Paulo. De outra parte, Borges era médico, político, dono de escolas; Gama foi professor da Escola Normal de Pernambuco; Freire professor da Escola Normal do Rio de Janeiro; nenhum dos brasileiros com formação matemática, visto que no século XIX, no Brasil, não se tem matemáticos, os engenheiros ocupam a profissão de professores de matemática (VALENTE, 2008). Acredito que o estudo sobre a disputa entre as representações construídas entre os campos de ciência matemática e da pedagogia pode trazer contribuições para análise crítica da situação atual, em particular, no segmento da Educação Infantil e dos Anos Iniciais.

Enfim estas são somente algumas possibilidades de reflexão sobre uma história de práticas de medir na escola primária no século XIX, entre muitas outras. Mais estudos históricos precisam ser desenvolvidos, em especial sobre o século XX^{xxiv}, mas pelo menos desde os Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 1997, grandezas e medidas ganham independência e status de bloco de conteúdos, no mesmo nível de números e operações. Será preciso compreender como as medidas se transformam no decorrer do século XX, tanto relacionadas aos saberes geométricos como aritméticos, para conquistar o lugar atual de destaque.

Referências

ALBUQUERQUE, Antonio Francisco de Paula e Hollanda Cavalcanti. Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Prática pelo método do ensino mútuo. Extraídos de L. B. Francoeur. Rio de Janeiro: Na Imperial Typographia de P. Plancher-Seignot, 1829.

BASTOS, Maria Helena Camara. A instrução pública e o ensino mútuo no Brasil: uma história pouco conhecida (1808-1827). História da Educação. ASPHE/FaE/UFPel, Pelotas (1), abril, pp. 115-133, 1997.

BERNARDO, Rosa Di; POLICASTRO, Milena Soldá; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues; RIBEIRO, Miguel; MELO, Juscier Mamoré; AIUB, Mariana. Conhecimento matemático especializado de professores da educação infantil e anos especiais: conexões em medidas. Cadernos Cenpec. São Paulo, v.8, n.1, p. 98-124, jan-jul, 2018.

BORGES, Abilio Cesar. *Desenho Linear ou elementos de Geometria Pratica Popular*. 8.ed. Rio de Janeiro, s/d.

BORGES, Abilio Cesar. Introdução. In: BORGES, A. C. *Desenho Linear ou elementos de Geometria Pratica Popular*. 8.ed. Paris, 1878, p. VII-XVIII.

BRASIL. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Grandezas e Medidas / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CALKINS, Norman Allison. Primeiras lições de coisas. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, Obras completas de Rui Barbosa, Vol. XIII, tomo I, 1950.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*. Porto Alegre, RS, n. 2, pp. 177-229, 1990.

COLLEÇÃO DAS LEIS DO IMPÉRIO DO BRAZIL. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1808-1889. Lei de 15 de outubro de 1827. Acesso: <http://www.camara.gov.br/Internet/InfDoc/conteudo/colecoes/Legislacao/Legimp-J_19.pdf>. 19 de mai. 2015.

COLLEÇÃO DAS LEIS DO IMPÉRIO DO BRAZIL. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1808-1889. Lei de 17 de fevereiro de 1854. Acesso: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-1331-a-17-fevereiro-1854-590146-publicacaooriginal-115292-pe.html>>. 19 de mai. 2015.

D'ENFERT, Renaud. Uma nova forma de ensino de desenho na França no início do século XIX: o desenho linear. Trad.: Maria Helena Câmara Bastos. In: *Revista História da Educação*. Pelotas: no. 22, maio 2007, pp. 31-59.

FRANCŒUR, L. B. Le Dessin Linéaire, d'après la méthode de l'enseignement mutuel. Paris: Chez L. COLAS, 1819. Acesso: <<https://books.google.fr/books?id=FSFSAAAACAAJ&hl=fr>>. 20 de jan. 2016.

FREIRE, O. *Primeiras Noções de Geometria Pratica*. Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia, 7. ed., s/d.

FRIZZARINI, Claudia Regina Boen; TRINDADE, Deoclecia Andrade; LEME DA SILVA, Maria Célia. Que desenho ensinar? Análise de discursos das revistas pedagógicas de São Paulo no início do século XX. *Boletim GEPEM*, v. 20., p. 01, 2015.

FRIZZARINI, Claudia Regina Boen. *Saberes matemáticos na matéria Trabalhos Manuais: processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960)*. 2018. 184p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Guarulhos, 2018.

GAMA, Ayres de Albuquerque. *Elementos de Desenho Linear*. Rio de Janeiro: Garnier, 1880.

GUIMARÃES, Marcos Denilson. Porque ensinar desenho no curso primário? Um estudo sobre as suas finalidades (1829-1950). 212f. Tese (Doutorado em Educação e Saúde) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2017.

HOFSTETTER, Rita.; SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. São Paulo: Livraria da Física, p. 113-172, 2017.

LEME DA SILVA, Maria Célia. Desenho e geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. *História da Educação (UFPel)*, v. 18, n. 42, Jan./abr. 2014, p. 61-73.

LEME DA SILVA, Maria Célia. Régua e Compasso no ensino primário? Circulação e apropriação de práticas normativas para as matérias de Desenho e Geometria. *História da Educação (UFPel)*, v. 18, n. 44, Set./dez. 2014b, p. 79-97.

LEME DA SILVA, Maria Célia. História da Educação Matemática e a formação de professores: ensino de medidas. *Cadernos de História da Educação*, v.17, n.1, p. 245-259, jan-abr., 2018.

LEME DA SILVA, Maria Célia & VALENTE, Wagner Rodrigues (Orgs). *A geometria nos primeiros anos escolares: História e perspectivas atuais*. Campinas, SP: Papirus, 2014.

MONARCHA, Carlos. *Brasil arcaico, Escola Nova: ciência, técnica & utopia nos anos 1920-1930*. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

POLICASTRO, Milena Soldá; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento especializado revelado por professores da Educação Infantil dos anos iniciais no tema de medida de comprimento e sua estimativa. Espaço Plural, ano XVIII, n.36, 1º. sem. 2017, p.123-154.

PRESTES, Gabriel. Noções Intuitivas de Geometria Elementar. São Paulo: Horacio Belfort Sabino, Editor, 1895.

SANTOS, Ricardo Viola, LINS, Romulo Campos. Uma discussão a Respeito da(s) Matemática(s) na Formação Inicial de Professores de Matemática. Educação matemática Pesquisa. São Paulo, v.18, n.1, pp. 351-372, 2016.

SAVIANI, Dermeval. História das ideias pedagógicas no Brasil. 3ª ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

SOUZA, Rosa Fátima de. Alicerces da Pátria: História da escola primária no estado de São Paulo (1890-1976). Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

TRINDADE, Deoclecia de Andrade. As Artes de Medir: Saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950. 189 f. Tese (Doutorado em Educação e Saúde) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2018.

TROUVÉ, Alain. La notion de savoir élémentaire à l'école. Paris: L'Harmattan, 2008.

VALENTE, Wagner Rodrigues (2008). Quem somos nós, professores de matemática? Cad. Cedes. Campinas, 28(74), 11-23.

Sobre a autora

Maria Célia Leme da Silva

Docente na Universidade Federal de São Paulo, Campus Diadema (UNIFESP) e professora permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da mesma universidade, Campus Guarulhos. Bacharel e Licenciada em Matemática, Mestre em Educação Matemática e Doutora em Educação (Currículo) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Realizou estágio pós-doutoral na Universidade Nova de Lisboa e na Université Paris 11. É pesquisadora do GHEMAT. Editora Adjunta da HISTEMAT - Revista de História da Educação Matemática. Investiga na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: história da educação matemática, formação de professores, ensino de geometria. GHEMAT – UNIFESP – Diadema. Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-6029-0490>
E-mail: mcelialeme@gmail.com

Notas

ⁱ Pesquisas desenvolvidas na Faculdade de Educação – UNICAMP, no âmbito do grupo CIEspMat – Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de/que ensina matemática.

ⁱⁱ Saberes objetivados remete a realidades com o estatuto de representações [...] dando lugar a enunciados proposicionais e sendo objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Elas, essas representações, têm

consequentemente uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis (BARBIER, 1996, p. 9 *apud* HOFSTETTER, SCHNEUWLY, 2017, p. 131).

ⁱⁱⁱ Estudo anterior (Leme da Silva, 2014) indica que no século XIX, o ensino e manuais de geometria e desenho mantêm uma forte ligação.

^{iv} Utiliza-se o termo saberes geométricos como o conjunto de conceitos, definições, temas, propriedades e propostas pedagógicas para o ensino de geometria da escola primária, em consonância com os movimentos educacionais que orientam o sistema escolar em diferentes tempos.

^v O ministro Decazes solicita em 1818 à SIE – Sociedade para Instrução Elementar um método de desenho que habilite os alunos a copiar ou mesmo traçar de memória ou imaginando, as figuras e os ornamentos que são usados nas artes mecânicas, em arquitetura e nas construções (D'ENFERT, 2007, p.37).

^v Antônio Francisco de Paula de Holanda Cavalcanti de Albuquerque, o Visconde de Albuquerque (1797-1863) foi eleito Deputado por sua província na 1ª legislatura de 1826 a 1829 (MINISTROS...*apud* LEME DA SILVA; VALENTE, 2014, p. 26).

^{vi} Antônio Francisco de Paula de Holanda Cavalcanti de Albuquerque, o Visconde de Albuquerque (1797-1863) foi eleito Deputado por sua província na 1ª legislatura de 1826 a 1829 (MINISTROS...*apud* LEME DA SILVA; VALENTE, 2014, p. 26).

^{vii} De acordo com Bastos, nos métodos de ensino individual e simultâneo, o agente de ensino é o professor. No método mútuo a responsabilidade é dividida entre o professor e os monitores, visando uma democratização das funções de ensinar (BASTOS, 1997, p. 117).

^{viii} 5. Pequenas regoas de 2, ou 3 deci-metros divididas em centi-metros ou milli-metros. Os Decuriões conservão-nas sobre os bancos para dellas se servirem. 6. Outras taboetas pequenas, sobre as quaes se fixao as series de mandamentos, que deve fazer cada Decurião. Este conserva a taboeta na mão, e lê a frase, que lhe parece, para a fazer executar. 7. Grandes, e pequenos esquadros; que se dão aos Decuriões para verificar se os ângulos traçados são rectos. 8. Grandes, e pequenos compassos de metal, ou madeira, destinado á verificação dos desenhos. 9. Finalmente, semi-circulos graduados, denominados de *referidores*. (ALBUQUERQUE, 1829, pp. 3-4, grifos do autor).

^{ix} Problème. Trouver la surface d'un parallélogramme. La surface d'un parallélogramme, ou d'un rectangle, s'obtient en multipliant la base par la hauteur: celle d'un carré, en multipliant le côté par lui-même.

^x Exemplo. Um retângulo tem 2^m,24 de base, e 4^m, 31 de altura, qual a sua superfície? Nós multiplicamos os dois números e separamos 4 algarismos no produto, porque há 2 em cada um dos números dados. A superfície contém 9 metros quadrados, e 65 centímetros de um desses quadrados (que significa 65 decímetros quadrados), e ainda 44 centímetros deles, ou 44 centímetros quadrados; porque o metro quadrado contém 100 decímetros quadrados, e cada um é composto por 100 centímetro quadrados.

^{xi} A versão analisada é integrante das *Obras completas de Rui Barbosa* publicadas pelo Ministério da Educação e Saúde, em 1950.

^{xii} Norman Allison Calkins foi mestre primário e diretor de escola, no interior do estado de Nova York. Transferiu-se para essa cidade, em 1846, para dedicar-se à propaganda da renovação do ensino.

^{xiii} Prestes (1867-1911) foi aluno na Escola Normal entre 1886 e 1888, elegeu-se deputado pelo Partido Republicano Paulista em 1891 e em 1893 foi responsável pela reforma republicana da instrução pública (Souza, 2009). Foi diretor da Escola Normal de São Paulo de 1893 a 1898, período áureo da instrução pública paulista (MONARCHA, 1999).

^{xiv} Uma análise sobre a proposta de Gabriel Prestes para o ensino de medidas por de ser lida em *História da Educação Matemática e a formação de professores primários: ensino de medida* (LEME DA SILVA, 2018).

^{xv} Reforma do Ensino Primário e Secundário da Côrte, de 17 de fevereiro de 1854, pelo Decreto 1.331, no artigo 47, observa-se a possibilidade e não obrigatoriedade desse saber: “O ensino primario nas escolas publicas pode compreender também: geometria elementar, agrimensura e desenho linear” (COLLEÇÃO, 1854, grifos nossos). Um estudo detalhado sobre o ensino de desenho na escola primária pode ser lido em Guimarães (2017).

^{xvi} Abílio César Borges (1824-1891) concluiu o curso de Medicina em 1847, mas não seguiu a profissão. Foi diretor-geral dos estudos da Província da Bahia entre 1856 e 1857. Em 1858 funda o Ginásio Baiano em Salvador, com o objetivo de colocar em prática suas ideias pedagógicas. Fez três viagens à Europa, em 1886, 1870 e 1879, de onde trouxe material pedagógico e redigiu compêndios. Em 1871 muda-se para o Rio de Janeiro e inaugura o Colégio Abílio, que funcionou até 1880. Em 30 de julho de 1881 recebeu, por decreto imperial, o título de Barão de Macahubas (SAVIANI, 2010).

^{xvii} Décrire avant de définir et bien voir (c'est-à-dire observer) avant de décrire: tel semble être le grand principe pédagogique qui commande la méthode élémentaire.

^{xviii} Reforma do Ensino Primário e Secundário da Corte, de 19 de abril de 1879, decreto 7.247 é assinado pelo ministro Leôncio de Carvalho e motiva inúmeros debates ao ser apreciado pelo Legislativo, resultando na elaboração de dois pareceres elaborado por Rui Barbosa em 1882 (SOUZA, 2009, p. 75).

^{xix} Ayres de Albuquerque Gama foi professor da Escola Normal de Pernambuco.

^{xx} Olavo Freire da Silva foi o professor de Trabalhos Manuais na Escola Normal do Distrito Federal, conservador do museu Pedagogium. Um estudo mais detalhado do livro pode ser lido em (LEME DA SILVA, VALENTE, 2014).

^{xxi} Estudo desenvolvido com base nas normatizações dos estados de Rio Grande do Sul, São Paulo, Minas Gerais, Sergipe e Goiás (LEME DA SILVA, 2014).

^{xxii} Estudo sobre a chegada do método do desenho ao natural pode ser lido em Frizzarini et al (2015).

^{xxiii} A tese de Frizzarini (2018) analisa a relação entre os saberes matemáticos e as atividades de trabalhos manuais.

^{xxiv} Cita-se a tese de Trindade (2018).

Recebido em: 02/02/2019

Aceito para publicação em: 21/02/2019